35

NOTICE

SUR LES

TRAVAUX SCIENTIFIQUES

DE

M. Félix LUCAS,

Ingénieur en chef des Ponts et Chaussées, Chevalier de la Légion d'Honneur.

PARIS,

GAUTHIER-VILLARS, IMPRIMEUR-LIBRAIRE,

DU BUREAU DES LONGITUDES, DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE,

SUCCESSEUR DE MALLET-BACHELIER,

Quai des Grands-Augustins, 55.

1880

NOTICE

SUR LES

TRAVAUX SCIENTIFIQUES

DE

M. Félix LUCAS,

Ingénieur en chef des Ponts et Chaussées, Chevalier de la Légion d'Honneur.

I. — Mécanique et Physique mathématique.

1. *Recherches concernant la Mécanique des atomes.* — M. Lucas a présenté sous ce titre, les 20 juillet, 5 octobre, 16 et 23 novembre, et 1[er] décembre 1868, cinq Mémoires à l'Académie des Sciences. Ces études ont eu pour objet la détermination des divers modes d'équilibre qui peuvent se produire dans un système de points matériels s'attirant ou se repoussant suivant diverses fonctions de leurs distances mutuelles; elles ont été soumises à l'examen d'une Commission composée de MM. O. Bonnet, Phillips et de Saint-Venant, rapporteur. Le Rapport, en date du 14 février 1870, conclut en ces termes :

« Vos Commissaires pensent que, à considérer ces Mémoires au point de vue analytique, ils offrent des résultats exactement et ingénieusement déduits, en grande partie neufs, quoique ayant des analogues dans quelques sujets déjà traités, et offrent, sur une des matières les plus dignes d'attirer l'attention des géomètres physiciens, des études intéressantes et même utiles comme introduction à d'autres. Ils vous proposent de remercier M. Lucas de ses Communications et de l'encourager à continuer ces recherches, surtout s'il arrive à rapprocher ses hypothèses des lois régissant le monde physique réel et à donner des explications mathématiques de faits que révèle l'observation. »

2. *Étude sur la Mécanique des atomes.* — Les recherches ultérieures de M. Lucas relativement aux systèmes atomiques ont été faites en abandonnant toute hypothèse particulière sur la nature analytique des actions mutuelles; elles ont donné lieu, en 1870, à diverses Communications à l'Académie des Sciences et ont fait l'objet d'un Mémoire de 55 pages, inséré au Tome XV du *Journal de Mathématiques pures et appliquées.*

Dans ce Mémoire, M. Lucas a donné la solution complète du problème des mouvements vibratoires d'un système quelconque de points matériels sollicités par des forces qui, pour chacun d'eux, dépendent de sa position ainsi que des positions de tous les autres, mais non du temps.

Le *potentiel total*, c'est-à-dire la fonction

$$\varphi = -\Sigma\Sigma mm' \int F(r)\, dr,$$

résultant d'une sommation étendue à toutes les combinaisons possibles de deux points du système, remplit dans cette théorie un rôle important. Pour que l'équilibre du *système atomique* soit *stable*, il faut et suffit que le potentiel total soit *maximum* ou, en d'autres termes, que sa variation soit négative pour toute déformation virtuelle.

Les paramètres caractéristiques des mouvements élémentaires du système atomique sont les racines d'une équation algébrique qui dérive très élégamment du *hessien* du potentiel total; la forme symétrique de ce déterminant montre que ces racines sont toutes réelles. Pour que l'équilibre soit stable, il faut et suffit que toutes ces racines soient positives.

3. *Théorèmes généraux concernant l'équilibre et le mouvement des systèmes matériels.* — Un Mémoire portant ce titre a été présenté à l'Académie des Sciences le 29 avril 1872 et soumis à l'examen d'une Commission composée de MM. Serret, Phillips et de Saint-Venant, rapporteur.

Considérons un système matériel en mouvement, et prenons comme *repère* une disposition géométrique quelconque des points qui le composent, en supposant ces points dénués de toute vitesse. On peut passer de cet état primitif à celui qui se produit à l'instant quelconque t, en produisant un changement de la figure du système et en animant ces points de vitesses respectives; de là deux emprunts de travail mécanique au monde extérieur. Le premier de ces emprunts peut logiquement recevoir le nom de travail *morphique;* il est évidemment égal au travail *potentiel* qui serait

effectué par les forces intérieures du système, si ce système était ramené de la forme qu'il présente à l'instant t à la forme repère. Le second emprunt de travail extérieur est égal à la *force vive* du système matériel à l'instant considéré; on pourrait concevoir qu'il s'effectuât au moyen de chocs ou impulsions instantanées s'appliquant aux points matériels et leur imprimant leurs vitesses respectives, ce qui justifierait la dénomination de travail *impulsif*. M. Lucas établit d'abord ce théorème très général que *l'accroissement de la somme du travail morphique et de la demi-force vive* (ou travail impulsif) *pendant un intervalle de temps quelconque est égal au travail des forces extérieures pendant le même temps.*

S'il s'agit d'un système matériel en équilibre stable, oscillant, sans l'intervention de forces extérieures et à la suite d'un trouble accidentellement apporté dans son repos, autour de sa forme primitive, qui peut être prise comme repère, le théorème précédent peut s'énoncer en ces termes simples : *La somme du travail morphique et de la demi-force vive reste constante pour tous les instants.* Le travail mécanique primitivement emmagasiné dans le système matériel s'y retrouve donc intégralement à un instant quelconque; s'il y a gain ou perte de travail morphique, il y a, par compensation, perte ou gain de force vive; on peut dire que *le système matériel gagne en déformation ce qu'il perd en vitesse, et réciproquement.*

Le mouvement vibratoire général résulte de la superposition de nombreux mouvements simples, pendulaires, isochrones et rectilignes. M. Lucas a démontré les deux théorèmes suivants :

Le travail morphique correspondant au mouvement vibratoire résultant est, à chaque instant et exactement, *égal à la somme des travaux morphiques qui correspondraient séparément aux mouvements pendulaires composants.*

La force vive correspondant au mouvement vibratoire résultant est, à chaque instant et exactement, *égale à la somme des forces vives qui correspondraient séparément aux mouvements pendulaires composants.*

Diverses autres propriétés remarquables des mouvements vibratoires sont démontrées dans le Mémoire dont il s'agit.

Il est dit, comme conclusions du Rapport lu par M. de Saint-Venant dans la séance du 2 décembre 1872 :

« Vos Commissaires, au résumé, tout en ne se prononçant pas au sujet

de savoir si les dénominations de *travail morphique*, *travail impulsif* et *travail emmagasiné* offrent plus d'avantages que celles d'*énergie potentielle*, *énergie actuelle* et *énergie totale* de M. Rankine, sont, quant au fond, unanimement d'avis que l'analyse de M. Lucas et les théorèmes nombreux qu'il en déduit d'une manière simple offrent un grand intérêt. Ils vous proposent, en conséquence, l'approbation du Mémoire présenté par lui et son insertion au *Recueil des Savants étrangers.* »

Ces conclusions ont été adoptées par l'Académie des Sciences [1].

M. de Saint-Venant a, en outre, adressé à l'Académie, dans les séances des 2 et 9 décembre 1872, deux Communications concernant spécialement les théorèmes de partage de force vive et de partage de travail qui ont été démontrés, avec plusieurs autres, dans le Mémoire de M. Lucas.

4. *Vibrations calorifiques des solides homogènes.* — M. Lucas a présenté sous ce titre, à l'Académie, dans les séances des 31 janvier et 14 février 1876, deux Mémoires, qui ont été ensuite condensés en un seul et soumis à l'examen d'une Commission composée de MM. de Saint-Venant, Puiseux, Jamin et Resal rapporteur.

L'objet de ce Mémoire est de démontrer rigoureusement, par la Mécanique rationnelle, qu'il peut exister des vibrations calorifiques dans les corps solides, de déterminer les équations finies de ces mouvements spéciaux et d'établir entre la *Thermodynamique* et la *Théorie de la conductibilité de la chaleur* une liaison qui permette de comprendre ces deux branches de la Science dans une seule théorie générale.

Les résultats obtenus dans les Mémoires cités plus haut, concernant les systèmes matériels, peuvent, en raison de leur généralité absolue, être appliqués aux assemblages de points matériels en équilibre stable qui constituent des solides naturels. M. Lucas reprend, à cet effet, en leur donnant une forme nouvelle, les équations différentielles des petits mouvements d'un système atomique. Pour chacun des mouvements pendulaires dont la superposition doit constituer le mouvement total, les équations différentielles peuvent être transformées en équations aux dérivées partielles et aux différences finies d'une fonction ω des coordonnées d'équilibre x, y, z du point mobile considéré. On démontre que cette fonction ω est une

[1] Le Mémoire a été inséré au Tome XXII du *Recueil des Savants étrangers*.

exponentielle à exposant linéaire. On arrive, par un artifice de calcul dans lequel on fait intervenir des imaginaires, à déterminer les équations finies de l'état vibratoire du corps solide supposé homogène.

En supposant d'abord égaux à l'unité certains paramètres A qui entrent dans ces équations, M. Lucas démontre que le mouvement correspondant présente les particularités suivantes :

1° *La trajectoire de chaque molécule reste comprise dans une sphère d'un rayon très petit comparativement aux intervalles moléculaires;*

2° *La rapidité des vibrations est très grande;*

3° *Les molécules du corps possèdent toutes la même force vive moyenne.*

Il est évident que ces propriétés caractérisent les *vibrations calorifiques d'un corps à température uniforme.*

Si l'on suppose ensuite que les paramètres A diffèrent, en totalité ou en partie, de l'unité, on obtient les équations des *vibrations calorifiques d'un corps en équilibre de température.* La force vive moyenne de chaque molécule est une fonction linéaire de la température correspondante. On calcule aisément, en partant de cette observation, l'excès de la température d'une molécule M′ sur la température d'une molécule voisine M; on trouve ainsi que la variation de température d'une molécule à une molécule voisine est une fonction linéaire et homogène des coordonnées relatives de cette dernière, ce qui est le principe fondamental établi par Fourier dans la Section VII du Chapitre I de son immortel Ouvrage.

Les conclusions de M. Resal, rapporteur de la Commission chargée d'examiner le Mémoire intitulé *Vibrations calorifiques des solides homogènes,* ont été formulées en ces termes dans la séance du 26 juin 1876 :

« En résumé, M. Lucas a comblé une lacune dans l'une des parties les plus importantes des sciences physico-mathématiques en ramenant à une seule théorie la Thermodynamique et la Conductibilité de la chaleur. En conséquence, les commissaires proposent à l'Académie d'approuver le Mémoire et d'en décider l'insertion au *Recueil des Savants étrangers.* »

Ces conclusions ont été adoptées par l'Académie [1].

---

[1] Le Mémoire sur les *Vibrations calorifiques des corps solides* est inséré dans le Tome XXVII du *Recueil des Savants étrangers.*

II. — Physique expérimentale et Mécanique appliquée.

5. *Recherches expérimentales sur la durée de l'étincelle électrique.* — Ces recherches expérimentales ont été faites par M. Lucas, en collaboration avec M. Cazin, dans une salle de l'Observatoire de Paris, en 1870 et 1872.

La durée lumineuse t d'une étincelle électrique est une fonction continue de trois variables, savoir : surface x du condensateur, longueur y de l'étincelle, résistance z du circuit conducteur interposé entre la batterie et les boules. Les expériences ont conduit à la formule générale

$$t = \mathrm{H}\frac{(1-a^x)(1-b^y)}{1+cz^{\frac{1}{5}}}.$$

La base a, positive et inférieure à l'unité, dépend de l'état d'isolement de la batterie; la base b, également positive et moindre que l'unité, dépend du milieu atmosphérique dans lequel se produit l'étincelle; la base c ne dépend que de l'unité arbitraire à laquelle on rapporte la résistance du circuit. Quant à la constante H, limite supérieure de la durée possible de l'étincelle, elle dépend de la substance des boules de décharge et de l'état physique de leurs surfaces; sa valeur a varié, dans les expériences, depuis 59 jusqu'à 282, en prenant pour unité de temps le millionième de seconde.

Le *chronoscope* au moyen duquel la durée des étincelles a pu être évaluée à *un millionième de seconde près* est basé sur une application du vernier. Un disque de mica, de $0^m,15$ de diamètre, noirci sur une de ses faces et divisé vers son bord en 180 parties au moyen de traits transparents, est monté sur un axe horizontal et peut tourner jusqu'à la vitesse de 400 tours par seconde; un autre disque, en verre argenté, de même rayon, centré sur la même horizontale et fixé verticalement aussi près que possible du disque mobile, porte, vers le sommet de son diamètre vertical, six traits transparents formant un vernier pour apprécier le sixième de l'intervalle compris entre deux traits consécutifs du disque de mica. Les deux disques sont renfermés dans une boîte circulaire en cuivre noirci; le vernier forme le fond de la boîte du côté du foyer de lumière; le disque de mica est à l'intérieur; une plaque de métal, dans laquelle une petite fenêtre est ménagée en regard du vernier, forme le couvercle du côté de l'observateur. Ce chronoscope a été exécuté par M. Duboscq.

Les étincelles provenant des décharges périodiques d'une batterie de Leyde jaillissaient entre deux boules de métal, disposées de manière que le milieu de leur distance occupât le foyer principal de la lentille d'un collimateur qui faisait tomber normalement sur le vernier les rayons lumineux. On visait la fenêtre du chronoscope avec une lunette grossissante.

Supposons que le disque de mica tourne avec une vitesse uniforme correspondant à n tours de la manivelle par seconde. Soient N le nombre des étincelles observées et S le nombre des traits lumineux aperçus au moyen du chronoscope. La durée y de l'étincelle en millioniêmes de seconde est donnée par la formule

$$y = \frac{10000}{12n}\left(\frac{S}{N} - 0,70\right),$$

dans laquelle les paramètres numériques dépendent de la structure de l'appareil. Cette formule, basée sur un calcul de probabilités, suppose que N soit un nombre assez grand, égal à 100 par exemple.

Le *Mémoire* de MM. Lucas et Cazin *sur la durée de l'étincelle électrique* a été présenté à l'Académie des Sciences le 4 mars 1872 et soumis à l'examen d'une Commission composée de MM. Morin, Le Verrier, Fizeau, Jamin et Edm. Becquerel, rapporteur. Dans sa séance du 8 juillet 1872, l'Académie, adoptant les conclusions du Rapport de la Commission, a ordonné l'insertion du Mémoire dans le *Recueil des Savants étrangers* [1].

6. *Établissement des canaux d'irrigation et de dessèchement, sous la condition du minimum de dépense.* — Un Mémoire de M. Lucas a été inséré sous ce titre dans les *Annales des Ponts et Chaussées* (mars et avril 1864).

Les formules empiriques usuelles, destinées à l'étude des travaux agricoles, contiennent implicitement tous les éléments nécessaires pour déterminer les tracés correspondant au *minimum* de dépense à faire. Il s'agissait de combiner ces formules entre elles pour en déduire d'autres permettant d'éviter les tâtonnements et d'arriver directement à la solution des problèmes. Des Tables numériques spéciales ont, en outre, été dressées pour faciliter les calculs. Diverses applications à des problèmes d'Hydraulique agricole ont été indiquées, à titre d'exemple, et font ressortir les avantages de la méthode.

[1] Ce Mémoire a été inséré dans le Tome XXII du *Recueil des Savants étrangers*.

7. *Brachistochronisme des trajectoires lumineuses*, Mémoire publié dans *les Mondes* en 1864. — La lumière, en se propageant dans les milieux homogènes, qu'elle rencontre ou non des surfaces actives par réflexion ou par réfraction, va toujours d'un point à l'autre *dans le moindre temps possible*. M. Lucas a démontré géométriquement, en partant de ce principe, toutes les lois de la propagation de la lumière, y compris la construction d'Huygens pour la réflexion et la réfraction, sans faire aucune hypothèse sur la nature des surfaces d'onde.

8. *Théorie de la vision des corps lumineux*, Mémoire publié dans *les Mondes* en 1865. — Si l'on observe un foyer lumineux dont l'intensité réelle varie en fonction du temps, l'intensité perçue varie aussi en fonction du temps, mais suivant une loi différente de celle qui régit l'intensité réelle. C'est ainsi qu'un phénomène lumineux presque instantané, comme l'étincelle d'une machine électrique, fait naître une perception d'une durée très appréciable.

M. Lucas a déterminé la loi de dépendance qui unit l'intensité perçue à l'intensité réelle. En désignant par θ la plus courte durée possible d'une perception lumineuse, on arrive à cette loi générale : *L'intensité perçue à un instant quelconque s'obtient en divisant par la constante θ la quantité de lumière émise pendant le laps de temps θ qui a précédé l'instant considéré.* Cette constante θ, personnelle pour chaque observateur, paraît n'être autre chose que le temps qu'une onde nerveuse met à traverser le *sensorium optique*.

9. *Étude sur la phosphorescence*, Mémoire publié dans *les Mondes* en 1866. — La phosphorescence est, pour ainsi dire, un refroidissement lumineux soumis à des lois analogues à celles du refroidissement calorifique. M. Lucas a déterminé ces lois analytiquement et a fait ressortir la conformité des résultats ainsi obtenus avec ceux que M. Edmond Becquerel a trouvés expérimentalement au moyen du *phosphoroscope*.

10. *Les essieux des wagons et leurs ruptures*. — Une étude faite au sujet d'un déraillement arrivé près de Vars (Charente), sur la ligne de Paris à Bordeaux, a conduit M. Lucas à attribuer aux *chocs de torsion* les causes de la rupture des essieux des wagons et à indiquer les moyens à employer

pour combattre ce danger. Deux Notices ayant trait à ce sujet ont été insérées dans *les Mondes* en 1866.

11. *Étude sur l'éclissage des voies ferrées.* — Cette étude, publiée dans *les Mondes* en 1868, indique un perfectionnement du boulonnage des éclisses, en vue d'empêcher le desserrage. Des rainures longitudinales, au nombre de n sur le boulon et de $(n+1)$ sur l'écrou, permettent, suivant le principe d'un vernier, d'obtenir une coïncidence par fraction de tour égale à $\frac{1}{n(n+1)}$.

12. *Expériences d'acoustique sur la Seine pendant le blocus de Paris.* — En 1870, pendant le blocus de Paris par l'armée prussienne, on s'est demandé s'il serait possible d'établir entre la capitale investie et les provinces qui échappaient encore à l'invasion un système de télégraphie acoustique au moyen du cours de la Seine. Les résultats obtenus en 1827 sur le lac de Genève, par Sturm et Colladon, semblaient autoriser quelque espérance de succès.

M. Lucas a été chargé d'élucider cette question par des expériences relatives à la portée du son dans l'eau du fleuve de la Seine. On a successivement employé comme foyer sonore une cloche du poids de 40^{kg}, une cloche du poids de 354^{kg} et un petit timbre de $0^m,12$ de diamètre. Pour l'audition à distance, on faisait usage d'un cornet acoustique analogue à celui de Sturm et Colladon. Dans aucune de ces expériences la portée du son n'a dépassé 1800^m. Il a été constaté qu'en augmentant considérablement l'intensité du son en même temps que sa gravité on n'obtient qu'un faible accroissement dans la portée. A intensité égale, la portée d'un son dans l'eau d'une rivière augmente avec son acuité.

III. — Analyse géométrique.

13. *Nouvelle théorie des diamètres.* — Ce Mémoire a été inséré en 1863 dans le Tome VIII (2e série) du *Journal de Mathématiques pures et appliquées*.

Étant donné un système de p points en ligne droite, le produit des distances d'un autre point V de cette droite à chacun d'eux varie quand V se déplace et devient *maximum* pour $(p-1)$ positions de ce mobile, positions

que l'on peut appeler les *points centraux* du système proposé. En menant, pour une courbe plane du degré p, des sécantes parallèles à une direction donnée et prenant sur chacune de ces sécantes les points centraux du système de ses intersections avec la courbe, on obtient le *diamètre* correspondant à la direction considérée; ce diamètre est une courbe du degré $(p-1)$.

Cette nouvelle théorie des diamètres conduit très simplement à la classification des courbes du troisième ordre.

14. *Études analytiques sur la théorie générale des courbes planes.* — Ces études ont été publiées en 1864 (1 vol. in-8, Gauthier-Villars); elles concernent notamment la théorie générale des diamètres, celle des pôles et polaires, l'homographie et l'involution, la génération anharmonique des courbes, la théorie des transversales, celle des intersections des courbes algébriques, les propriétés d'un système de points fixes du plan, la classification détaillée des courbes du troisième degré.

15. *Propriétés géométriques des fractions rationnelles.* — Trois Communications relatives à ce sujet ont été insérées dans les *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, les 12, 19 et 26 janvier 1874.

Considérant une fraction irréductible dont les deux termes sont des polynômes entiers à coefficients réels ou imaginaires, M. Lucas a étudié la *transformation des figures* dans laquelle on fait correspondre à chaque valeur de la fraction un groupe de valeurs de la variable z. Lorsque le point directeur décrit un cercle, les points racines décrivent une courbe algébrique dite *cyclide*. Les racines doubles ou multiples de la fraction rationnelle déterminent des *ombilics* qui présentent des propriétés remarquables. La disposition rectiligne ou circulaire de deux groupes de points racines d'une fraction rationnelle conduit à d'intéressants théorèmes.

16. *Application de la Mécanique rationnelle à la théorie des équations.* — Cette question a fait l'objet d'une Communication adressée à l'Académie des Sciences et insérée aux *Comptes rendus* du 28 juillet 1879.

M. Lucas considère les *points racines* d'une équation algébrique du degré p comme des points matériels, tous de même masse, attirant ou repoussant un point mobile du plan en raison inverse de leurs distances à ce point. On démontre que *la condition nécessaire et suffisante pour que*

le mobile soit en équilibre est que ce point coïncide avec une racine de l'équation dérivée. On déduit de cette observation plusieurs théorèmes concernant la théorie générale des équations algébriques.

17. *Géométrie des polynômes,* Mémoire inséré, en 1879, dans le XLVI[e] Cahier du *Journal de l'École Polytechnique.* — M. Lucas étudie les corrélations qui existent entre les lieux géométriques que l'on peut faire décrire au point *directeur* (valeur du polynôme) et ceux que décrivent simultanément les p points *racines* du polynôme. Les circonférences se transforment en *cassinoïdes* à p foyers, du degré $2p$; les droites se transforment en courbes du degré p, à branches infinies, que M. Lucas propose d'appeler *stelloïdes* à cause de la disposition étoilée de leurs asymptotes. Les positions du point directeur qui correspondent à des racines doubles ou multiples du polynôme constituent des points remarquables, dits *points critiques;* les réunions et décompositions des courbes résultant de la transformation d'un contour directeur s'opèrent lors des passages de ce contour par les points critiques. En général, *le transformé d'un contour directeur fermé se compose d'autant de courbes distinctes qu'il y a d'unités plus une dans la somme des degrés des points critiques extérieurs à ce contour.*

Plusieurs épures concernant les cassinoïdes et les stelloïdes qui dérivent des polynômes cubiques mettent en relief le mécanisme des changements de physionomie générale qui s'opèrent dans les séries de ces courbes par l'intermédiaire de *courbes à nœuds.*

Les résultats de cette étude se rattachent à la théorie générale des équations algébriques.

IV. — Géométrie pure et Stéréotomie.

18. *Mémoire sur les propriétés géométriques de l'arche biaise,* inséré en 1860 dans le XXXVIII[e] Cahier du *Journal de l'École Polytechnique.* — Les propriétés géométriques du mouvement infiniment petit d'un corps solide, indiquées en 1843 par M. Chasles, ont servi de base à l'étude de l'*appareil hélicoïdal à joints normaux à l'intrados.* M. Lucas a démontré d'abord que *les plans normaux aux hélices d'intrados menés par les points de la courbe de tête concourent en un même point du plan de tête;* de là la découverte du point remarquable qui a reçu le nom de *foyer supérieur*

de l'arche biaise. En démontrant, d'autre part, que *les plans tangents aux surfaces de lit menés par les points de la courbe de tête concourent en un même point du plan de tête,* M. Lucas a indiqué une nouvelle méthode de détermination du *foyer inférieur* dont on connaissait déjà l'existence. On appelle *points d'équilibre* deux points de l'ellipse de tête jouissant de cette propriété qu'en chacun d'eux le plan tangent à la surface de lit est normal au plan de tête; M. Lucas a démontré que *les deux foyers de l'ellipse de tête, les deux foyers de l'arche biaise et les deux points d'équilibre sont sur une même circonférence* Si l'on fait varier le rayon du cylindre intradossal, le lieu géométrique des points d'équilibre est une ellipse semblable à l'ellipse de tête et de même orientation, passant par le foyer supérieur de l'arche et par le centre de l'ellipse de tête.

19. *Étude sur les transformations homographiques planes,* Mémoire inséré en 1861 dans le Tome VI (2e série) du *Journal de Mathématiques pures et appliquées.* — Si l'on considère un point m du plan comme appartenant successivement à deux figures homographiques, ce point donne naissance à deux homologues m' et m'' que l'on peut réunir par une droite M. Si la droite M tourne autour d'un point, le point m décrit une conique passant par les trois points *doubles* des figures homographiques. De là une méthode de transformation des figures au moyen de laquelle M. Lucas a trouvé une extension des théorèmes de *Brianchon* et de *Pascal.*

20. *Mémoire sur un nouvel appareil pour la construction des ponts biais,* inséré aux *Annales des Ponts et Chaussées* en mars et avril 1861.

Un cylindre de révolution devant former dans sa partie supérieure l'intrados d'une arche très biaise, on prend pour courbes de lit des hélices faisant avec les génératrices du cylindre un angle complémentaire de celui du biais. Les surfaces de lit sont engendrées par des normales à la génératrice inférieure du cylindre.

Cet appareil jouit de cette propriété que *les normales aux surfaces de lit en tous les points de l'intrados sont parallèles au plan de tête.* En d'autres termes, les surfaces de lit sont toutes normales à la direction du plan de tête, en sorte qu'aucune poussée au vide ne peut résulter de la nature de l'appareil. Les surfaces de lit ne sont pas normales à l'intrados, mais les angles diffèrent peu d'un droit si la voûte est très surbaissée.

Cet appareil convient pour les ponts surbaissés d'un biais très prononcé, alors que les appareils de Buck ou de Nicholson cessent d'être applicables.

V. — Anthropologie.

22. *Le Procès du matérialisme*, étude philosophique, 1 vol. in-12; librairie académique de Didier, 1867.

La thèse développée dans ce Volume consiste à diviser les facultés animiques de l'homme en *concrètes* et *abstraites*.

Les facultés concrètes mettent l'homme en rapport avec le monde physique, qui agit sur les sens et engendre les perceptions matérielles. Ces facultés ne sont pas spéciales à l'homme; elles existent aussi chez les animaux supérieurs. Elles ont leur siège dans le cerveau et sont régies par des lois mécaniques que peuvent révéler les expériences et les observations anatomiques.

Les facultés abstraites, qui s'exercent en dehors du monde tangible, n'existent pas chez l'animal et constituent la *caractéristique* humaine. Elles s'exercent parallèlement aux facultés concrètes et peuvent, comme celles-ci, se diviser en mémoire, jugement, volonté, affection, etc. Leur siège ne réside pas dans une portion finie de l'organisme et se dérobe, par ce motif, aux recherches du scalpel. M. Lucas démontre qu'en supposant des sensoriums matériels affectés aux perceptions abstraites on serait conduit à n'attribuer à ces sensoriums que des dimensions nulles.

VI. — Statistique.

21. *Étude historique et statistique sur les voies de communication de la France*, 1 vol. grand in-8, 1873, Imprimerie nationale.

M. Lucas a résumé dans ce Volume, d'après les documents officiels, les principaux faits historiques, techniques, administratifs, commerciaux, économiques et financiers qui se rapportent aux routes et ponts, chemins de fer, rivières et canaux, ports de mer, phares et balises.

Cet Ouvrage a été couronné par l'Académie des Sciences (prix de Statistique) en 1874.

5971 PARIS. — IMPRIMERIE DE GAUTHIER-VILLARS, QUAI DES GRANDS-AUGUSTINS, 55.